

1. Periksa masing-masing deret apakah ia konvergen mutlak, konvergen bersyarat atau divergen

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2}{3n+4}$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \cos(n\pi) \frac{3^n}{n!}$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^3}{e^n}$

(e)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n}{\sqrt{(n(n+2))}}$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n}{4n+3}$

(f)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n\sqrt{n\sqrt{n}}}$

2. Tentukan himpunan kekonvergenan dari deret-deret berikut

(a)  $\frac{x}{1 \cdot 2} - \frac{x^2}{3 \cdot 4} + \frac{x^3}{5 \cdot 6} - \frac{x^4}{7 \cdot 8} + \frac{x^5}{9 \cdot 10} - \dots$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(2x)^n}{n!}$

(b)  $1 + x + \frac{x^2}{\sqrt{2}} + \frac{x^3}{\sqrt{3}} + \frac{x^4}{\sqrt{4}} + \frac{x^5}{\sqrt{5}} + \dots$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x+1)^n}{n2^n}$

3. Tentukanlah uraian deret pangkat dari fungsi-fungsi berikut, beserta himpunan kekonvergenannya.

(a)  $f(x) = \frac{1}{3+2x}$

(d)  $f(x) = \int_0^x \frac{\tan^{-1} t}{t} dt$

(b)  $f(x) = \frac{x^3}{2-x^3}$

(e)  $f(x) = \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$

(c)  $f(x) = \frac{e^{-x}}{1-x}$

(f)  $f(x) = \frac{x}{x^2-3x+2}$

4. Misalkan diketahui bahwa deret  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n x^n$  konvergen untuk  $x = -4$  dan divergen untuk  $x = 6$ . Apa yang bisa dikatakan tentang kekonvergenan/kedivergenan deret-deret berikut?

(a)  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$

(c)  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n (-3)^n$

(b)  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n 8^n$

(d)  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n c_n 9^n$

5. Tentukan jumlah dari deret-deret berikut dengan melihatnya sebagai suatu deret yang telah anda kenal

(a)  $x - x^2 + x^3 - x^4 + x^5 - \dots$

(c)  $\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x + \sin^4 x + \dots$

(b)  $3x + \frac{9x^2}{2} + \frac{27x^3}{3} + \frac{81x^4}{4} + \dots$

(d)  $\frac{x^2}{3} + \frac{x^4}{6} + \frac{x^6}{9} + \frac{x^8}{12} + \dots$

6. Tentukanlah uraian deret Maclaurin sampai suku ke-5 untuk fungsi

$$f(x) = \frac{\cos x - 1 + \frac{x^2}{2}}{x^4}.$$

7. Tentukan uraian deret Taylor dalam  $(x+1)$  hingga suku  $(x+1)^3$  untuk fungsi

$$f(x) = 2 - x + 3x^2 - x^3.$$

8. Tentukanlah uraian deret Taylor dalam  $(x+1)$  untuk fungsi  $f(x) = \frac{1}{x}$ .

9. Tentukanlah uraian deret Taylor hingga suku  $(x+1)^3$  untuk fungsi  $f(x) = \frac{1}{1+x+x^2}$  di sekitar  $a = \frac{1}{2}$ .

10. Tentukanlah uraian deret Taylor sampai suku ke-3 untuk fungsi  $f(x) = \frac{1}{1+\sin x}$  di sekitar  $a = 0$ .

11. Tentukanlah  $n$ , yaitu derajat polinom Maclaurin untuk fungsi  $e^x$  sehingga

$$|R_n(1)| \leq 0,000005.$$

12. Tentukan polinom Maclaurin derajat 3 untuk fungsi  $g(x) = (1+x)^{\frac{1}{2}}$  dan suatu batas bagi suku sisanya jika  $-0,5 \leq x \leq 0,5$ .
13. Gunakan deret pangkat untuk menghampiri nilai integral-integral berikut dengan kesalahan kurang dari  $10^{-6}$ .

(a)  $\int_0^1 x \sin(x^3) dx$

(b)  $\int_0^{1/2} \frac{\tan^{-1} x}{x} dx$

14. Gunakan deret pangkat untuk menghitung nilai limit berikut

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \sin x}{e^{2x} - 1}$

(b)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{e^\theta - e^{-\theta} - 2\theta}{\theta - \sin \theta}$

15. Diketahui deret bilangan berikut

$$1 - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}} + \dots$$

Jika  $S_n$  menyatakan jumlah parsial ke- $n$  deret tersebut, tentukan  $n$  agar selisih  $S_n$  dengan jumlah deret tersebut kurang dari 0,001.

16. Tentukanlah uraian deret Maclaurin sampai suku ke-4 untuk fungsi  $f(x) = xe^x$  dan gunakan hasil tersebut untuk mendapatkan suatu nilai hampiran bagi  $f(0,1)$ .
17. Tentukanlah uraian deret Maclaurin sampai suku ke-4 untuk fungsi  $f(x) = \sin^2 x$  dan suatu batas bagi suku sisanya jika  $|x| \leq 0,2$ .

18. Buktikan Teorema Nicole Oresme berikut

$$1 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{4} \cdot 3 + \dots + \frac{n}{2^{n-1}} + \dots = 4$$

dengan melihat turunan dari kedua sisi persamaan

$$\frac{1}{1-x} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} x^n \quad -1 < x < 1$$

19. Gaya yang disebabkan gravitasi pada suatu objek dengan massa  $m$  dan pada ketinggian  $h$  di atas permukaan bumi adalah

$$F = \frac{mgR^2}{(R+h)^2}$$

dengan  $R$  merupakan jari-jari bumi dan  $g$  percepatan gravitasi.

- (a) Nyatakan  $F$  sebagai deret pangkat dalam  $h/R$ .
- (b) Tunjukkan bawa jika kita menghampiri  $F$  dengan hanya menggunakan suku pertama deret di bagian (a), kita memperoleh ekspresi  $F \approx mg$  yang biasanya digunakan ketika  $h$  jauh lebih kecil dari  $R$ . Gunakan penaksir kesalahan untuk deret berayun untuk memperkirakan rentang nilai  $h$  yang bisa digunakan dalam aproksimasi  $F \approx mg$  sehingga kesalahan perhitungannya kurang dari satu persen (Gunakan  $F = 6400$  km dan  $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$ ).