1. Tuliskan 4 suku pertama dari barisan-barisan $\{a_n\}$ berikut dan periksa kekonvergenannya. Jika konvergen, tentukan $\lim_{n\to\infty} a_n$.
   (a) $a_n = \frac{2n+4}{3n+5}$
   (b) $a_n = e^{-n}\sin n$
   (c) $a_n = \frac{\cos(n\pi)}{n}$
   (d) $a_n = (2n)^{1/(2n)}$

2. Gunakan teorema kemonotonan untuk memberi pembenaran bahwa barisan-barisan berikut konvergen.
   (a) $a_n = \frac{2n+3}{5^n}$
   (b) $a_1 = 1, a_{n+1} = 1 + \frac{1}{2}a_n$

3. Untuk deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ yang diberikan dibawah, periksa nilai $\lim_{n\to\infty} a_n$. Apakah anda bisa menyimpulkan kekonvergenan/kedivergenan deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ dari penghitungan limit tersebut? Jika ya, nyatakan kekonvergenan/kedivergenannya.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^n$
   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2+\sin^2 n}$
   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{\ln n}{n}\right)^2$

4. Tentukan jumlah parsial dari deret-deret berikut kemudian periksa kekonvergenan deret-deret tersebut.
   (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} k$
   (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\ln\left(\frac{k}{k+1}\right)$
   (c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^3-n}$

5. Gunakan fakta mengenai deret geometri untuk memeriksa kekonvergenan/kedivergenan deret-deret berikut. Kemudian tentukan jumlah dari deret yang konvergen.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{12}{(-5)^n}$
   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{3n+1}}{7^n}$
   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+3^{n+1}}{4^{n+2}}$

6. Periksa kemonotonan suku-suku dari deret-deret positif berikut. Gunakan uji integral untuk memeriksa kekonvergenan deret-deret tersebut.
   (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2}{4k^2+9}$
   (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}k^2e^{-k^3}$
   (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+4}$
   (d) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n(\ln n)^2}$

7. Jelaskan mengapa uji integral tidak bisa dipergunakan untuk menentukan kekonvergenan deret berikut.
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos\pi n}{\sqrt{n}}$
   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos^2 n}{1+n^2}$

8. Tentukan seberapa besar n harus diambil sehingga jumlah parsial ke-n dapat mengestimasi jumlah deret yang sesungguhnya dengan kesalahan kurang dari $0,001$.
   (a) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^4}$
   (b) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k}{1+k^4}$

9. Misalkan diketahui bahwa $0 \le b_n \le \frac{1}{n} \le a_n$ dan $0 \le c_n \le \frac{1}{n^2} \le d_n$ untuk setiap $n \ge 1$.
   (a) Yang manakah di antara deret-deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n, \sum_{n=1}^{\infty} c_n$, dan $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ yang konvergen? Berikan alasan anda.
   (b) Yang manakah di antara deret-deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n, \sum_{n=1}^{\infty} c_n$, dan $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ yang divergen? Berikan alasan anda.

10. Gunakan uji banding langsung atau uji banding limit untuk memeriksa kekonvergenan deret berikut.

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+100}{n^3-100}$

(b) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \sin^2 k}{1+k^3}$

(c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k^4-1}}{k^3+k^2}$

(d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{10+11^n}$

(e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\ln k}{k}$

(f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

(g) $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n}$

11. (a) Jika $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen dan $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ divergen. Tunjukkan bahwa $\sum_{n=1}^{\infty} a_n + b_n$ divergen.

    (b) Jika $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ dan $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ keduanya divergen, mestikah $\sum_{n=1}^{\infty} a_n + b_n$ divergen?

12. Misalkan $a_n = \frac{2n}{3n+1}$.

    (a) Tentukan apakah barisan a_n konvergen.

    (b) Tentukan apakah deret $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergen.

13. Tentukan kekonvergenan atau kedivergenan deret-deret berikut. Nyatakan uji deret yang mana yang anda gunakan.

    (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n}$

    (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{3n+5}}{n^2}$

    (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+\sin n}{n^3}$

    (d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n^3+3n}{n^5-4n^2+1}$

    (e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^{2n}}{n!}$

    (f) $\sum_{n=1}^{\infty} n\left(\frac{1}{3}\right)^n$

    (g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n+n}$

    (h) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^4}$

14. Kakak beradik Ani dan Badu memiliki anjing bernama Cemong. Ani dan Badu masing-masing berlari dengan kecepatan konstan sebesar 10 km/jam. Sedangkan Cemong berlari dengan kecepatan konstan 20 km/jam. Dari dua kota yang terpisah sejauh 30km, Ani dan Badu berlari menuju satu sama lain. Sedangkan Cemong, mula-mula ia bersama Ani berlari juga menuju Badu. Seketika Cemong bertemu Badu ia berbalik arah menuju Ani, dan begitu seterusnya Cemong berlari-lari bolak-balik diantara Ani dan Badu.

    (a) Gunakan deret tak hingga untuk menentukan jarak yang Cemong tempuh sampai Ani dan Badu keduanya bertemu.

    (b) Cari cara lain yang lebih mudah untuk menentukan jarak yang ditempuh oleh Cemong.

15. Dalam soal ini akan ditentukan nilai dari

$$\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}$$

dengan memandang ekspresi ini sebagai limit dari barisan yang didefinisikan secara rekursif sebagai berikut

$$a_1 = \sqrt{2} \qquad a_{n+1} = \sqrt{2+a_n} \text{ untuk } n \geq 1.$$

    (a) Tunjukkan bahwa jika $a_n < 2$ maka $a_{n+1} < 2$.
    (Dengan menggunakan hasil ini dan fakta bahwa $a_1 < 2$ kita peroleh $a_2 < 2$. Selanjutnya ini mengakibatkan $a_3 < 2$, $a_4 < 2$ dan pada akhirnya $a_n < 2$ untuk setiap n).

    (b) Tunjukkan bahwa $a_{n+1}^2 - a_n^2 = (2 - a_n)(1 + a_n)$ untuk $n \geq 1$.

    (c) Dengan menggunakan dua bagian di atas tunjukkan bahwa barisan a_n monoton naik.

    (d) Tunjukkan bahwa a_n konvergen dan tentukan limitnya.
    Limitnya inilah yang kita tulis sebagai nilai dari $\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots}}}}$