oki neswan (fmipa-itb)

Dua Operasi Vektor

Hasil Kali Titik

Misalkan OAB adalah sebuah segitiga, $O(0,0)$, $A(a_1,a_2)$, dan $B(b_1,b_2)$. Maka panjang sisi OA, OB, dan AB maing-masing adalah

$$|OA| = \sqrt{a_1^2+a_2^2}, |OB| = \sqrt{b_1^2+b_2^2}, |AB| = \sqrt{(a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2}.$$

Menurut Aturan Kosinus, jika $\theta = \angle AOB$, maka

$$\begin{aligned} |AB|^2 &= |OA|^2 + |OB|^2 - 2|OA||OB|\cos\theta \\ (a_1-b_1)^2+(a_2-b_2)^2 &= \left(a_1^2+a_2^2\right)+\left(b_1^2+b_2^2\right) - 2ab\cos\theta \\ a_1^2-2a_1b_1+b_1^2+a_2^2-2a_2b_2+b_2^2 &= \left(a_1^2+a_2^2\right)+\left(b_1^2+b_2^2\right) - 2ab\cos\theta \\ -2a_1b_1-2a_2b_2 &= -2ab\cos\theta \end{aligned}$$

yang setelah disederhanakan, memberikan

$$|OA||OB|\cos\theta = a_1b_1+a_2b_2. \tag{1}$$

Dari hubungan ini kita dapat melihat bahwa hasil sederhana $a_1b_1+a_2b_2$ memuat informasi yang sangat berharga mengenai panjang sisi-sisi dan sudut θ. Dengan demikian, ungkapan $a_1b_1+a_2b_2$ yang sederhana tapi sangat berharga diberi nama khusus.

Definition 1 *Jika* $\mathbf{x} = (x_1,x_2,x_3)$ *dan* $\mathbf{y} = (y_1,y_2,y_3)$, *maka hasil kali titk* $\mathbf{x}$ *dan* $\mathbf{y}$ *adalah*

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y} = x_1y_1+x_2y_2+x_3y_3$$

Khususnya jika $\mathbf{x} = \mathbf{y}$,

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{x} = x_1^2+x_2^2+x_3^2$$

Jadi, $\mathbf{x}\cdot\mathbf{x}$ adalah kuadrat panjang vektor $\mathbf{x}$. Panjang vektor $\mathbf{x}$ ditulis sebagai $\|\mathbf{x}\|$, dibaca norm $\mathbf{x}$. Maka

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{x} = \|\mathbf{x}\|^2$$

Hasil (1) dalam notasi ini ditulis sebagai $\|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\theta = \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$. Dengan mudah kita dapat melihat bahwa hubungan ini berlaku untuk vektor umum, yaitu

Theorem 2 *Jika* $\mathbf{x} = (x_1,x_2,\ldots,x_n)$ *dan* $\mathbf{y} = (y_1,y_2,\ldots,y_n)$, *maka*

$$\|\mathbf{a}\|\|\mathbf{b}\|\cos\theta = \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}$$

dengan θ *adalah sudut antara kedua vektor,* $\theta = \angle(\mathbf{a},\mathbf{b})$, *dan* $0 \le \theta \le \pi$.

Sifat-sifat Hasil Kali Titik

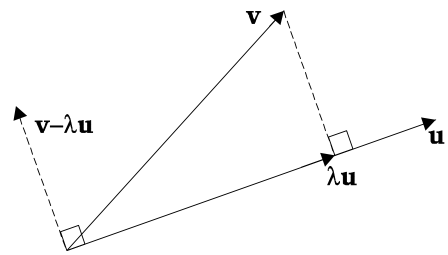
Theorem 3 *Jika* $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, *dan* $\mathbf{c}$ *adalah vektor-vektor dan* k *adalah bilangan real. Maka*

1. $\mathbf{a}\cdot\mathbf{a} = \|\mathbf{a}\|^2$
2. $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b} = \mathbf{b}\cdot\mathbf{a}$
3. $\mathbf{a}\cdot(\mathbf{b}+\mathbf{c}) = \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$
4. $(k\mathbf{a})\cdot\mathbf{b} = (\mathbf{a}\cdot k\mathbf{b}) = k(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})$
5. $\|c\mathbf{a}\| = |c|\|\mathbf{a}\|$

Proyeksi Vektor

Proyeksi vektor $\mathbf{v}$ terhadap vektor $\mathbf{u}, \mathbf{u} \neq \mathbf{0}$, ditulis $\text{proy}_{\mathbf{u}}\mathbf{v}$, adalah vektor $\mathbf{w}$ searah $\mathbf{u}$ sehingga $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ tegak lurus pada $\mathbf{u}$. Karena $\mathbf{w}$ searah $\mathbf{u}$, ditulis $\mathbf{w} \parallel \mathbf{u}$, maka terdapat bilangan real λ sehingga $\mathbf{w} = \lambda\mathbf{u}$. Maka $\angle(\mathbf{w}, \mathbf{u}) = \frac{\pi}{2}$.

$$\mathbf{v} - \lambda\mathbf{u} \perp \mathbf{u}$$



Dengan menggunakan hasil kali titik diperoleh $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} - \lambda\mathbf{u}) = 0$.

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \cdot (\mathbf{v} - \lambda\mathbf{u}) &= 0 \\ \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \lambda\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \lambda\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} &= \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \end{aligned}$$

Karena $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$, maka

$$\lambda = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}} = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|^2}$$

Jadi,

$$\text{proy}_{\mathbf{u}}\mathbf{v} = \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}\right) \times \mathbf{u}$$

Bentuk lain adalah,

$$\text{proy}_{\mathbf{u}}\mathbf{v} = \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}\right) \times \mathbf{u} = \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|^2} \times \mathbf{u} = \overbrace{\left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|}\right)}^{\text{skalar}} \overbrace{\frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|}}^{\text{vektor}}$$

Vektor $\frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|}$ adalah vektor satuan, yaitu vektor dengan norm satu

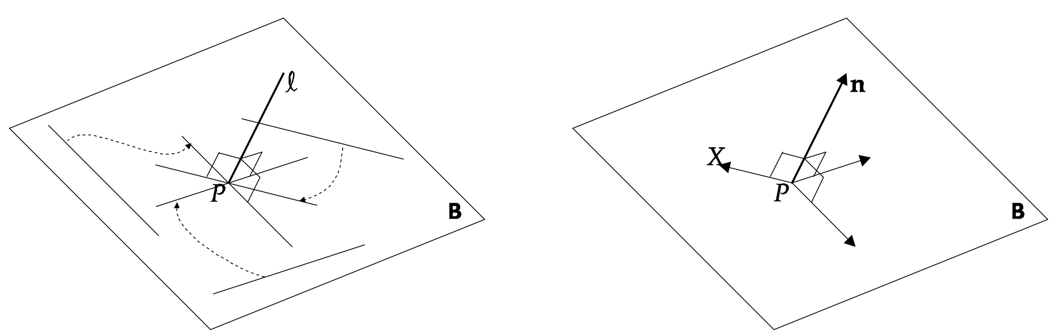
$$\left\| \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} \right\| = \left\| \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} \times \mathbf{u} \right\| = \frac{1}{\|\mathbf{u}\|} \times \|\mathbf{u}\| = 1.$$

Maka

$$\|\text{proy}_{\mathbf{u}}\mathbf{v}\| = \left\| \left(\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|}\right) \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} \right\| = \left| \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|} \right| \left\| \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|} \right\| = \frac{|\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}|}{\|\mathbf{u}\|}.$$

Persamaan Bidang

Persamaan bidang dapat ditulis secara lebih singkat dengan menggunakan bahasa vektor. Ciri penting bidang adalah ada garis l sehingga setiap garis pada bidang tegak lurus pada garis l tersebut.



Bidang B melalui titik P dengan **vektor normal** $\mathbf{n} \neq \mathbf{0}$ adalah himpunan semua titik X sehingga vektor $\overrightarrow{PX}$ tegak lurus $\mathbf{n}$. Maka

$$\overrightarrow{PX} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad \text{atau} \quad (X - P) \cdot \mathbf{n} = 0$$

Misalkan $\mathbf{n} = (a, b, c)$ dan $P(x_1, y_1, z_1), X = (x, y, z)$. Maka $\overrightarrow{PX} = X - P = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$. Diperolah persamaan bidang

$$\begin{aligned} (x - x_1, y - y_1, z - z_1) \cdot (a, b, c) = 0 \quad &\text{atau} \\ a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0 \quad &\text{atau} \\ ax + by + cz = d, \quad &\text{dengan } d = ax_1 + by_1 + cz_1. \end{aligned} \tag{2}$$

Persamaan standar bidang adalah

$$\boxed{a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0} \tag{3}$$

Persamaan bidang juga dapat ditulis sebagai

$$\boxed{ax + by + cz = d} \tag{4}$$

yang diperoleh dari (2).

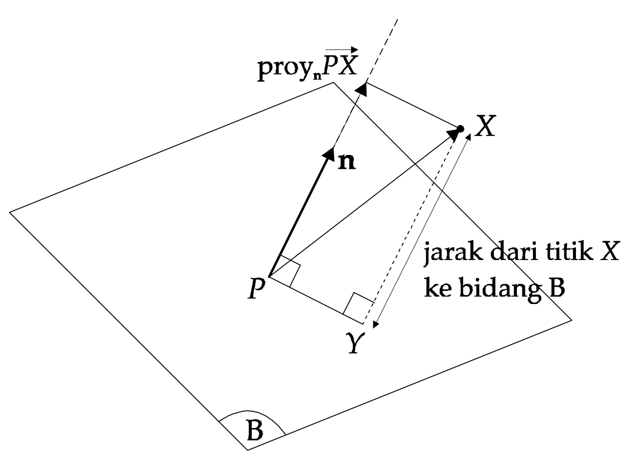
Definition 4 *Dua bidang denga vektor normal masing-masing adalah* $\mathbf{n}_1$ *dan* $\mathbf{n}_2$*, dikatakan*

1. ***Paralel*** *jika* $\mathbf{n}_1 \parallel \mathbf{n}_2$*, yaitu jika* $\mathbf{n}_1 = \lambda \mathbf{n}_2$ *untuk suatu konstants* λ.
2. ***Tegak lurus*** *jika* $\mathbf{n}_1 \perp \mathbf{n}_2$*, yaitu jika* $\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2 = 0$.

Jarak Titik ke Bidang

Misalkan B adalah bidang melalui $P(x_1, y_1, z_1)$ dan vektor normal $\mathbf{n} = (a, b, c)$. Jika $X(x_0, y_0, z_0)$ sebuah titik sebarang, kita ingin menentukan jarak dari X ke bidang B. Jarak dari titik X ke bidang B, ditulis $j(X, B)$ adalah jarak dari X ke Y sehingga $\triangle PYX$ siku-siku di Y, $\overrightarrow{PY} \perp \overrightarrow{XY}$. Titik Y disebut proyeksi X ke bidang B. Akibatnya $\overrightarrow{XY}$ tegak lurus bidang. Dengan demikian $\overrightarrow{XY} \parallel \mathbf{n}$. Jadi,

$$j(X, B) = \left\| \overrightarrow{XY} \right\| = \left\| \text{proy}_{\mathbf{n}} \overrightarrow{PX} \right\| = \frac{\overrightarrow{PX} \cdot \mathbf{n}}{\|\mathbf{n}\|} = \frac{|a(x_0 - x_1) + b(y_0 - y_1) + c(z_0 - z_1)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$



SOAL Jarak dari titik $X(x_0, y_0, z_0)$ ke bidang B dengan persamaan $ax + by + cz = d$ adalah

$$j(X, B) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 - d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

CONTOH Tentukan persamaan bidang melalui $(1,-3,2)$ yang sejajar bidang $2x-y+z=6$. Karena sejajar, maka dapat dipilih normalnya adalah $(2,-1,1)$. Maka persamaannya adalah

$$2(x-1)-(y-(-3))+(z-2)=0$$

atau

$$2x-y+z=7.$$

CONTOH Tentukan jarak antara dua bidang yang sejajar yaitu $2x+z=1$ dan $2x+z=10$. Ambil sebarang sebarang titik dibidang pertama, sebut $X(1,-2,1)$. Jarak antara dua bidang tersebut sama dengan jarak dari titik $(1,-2,1)$ pada bidang pertama ke bidang kedua, $2x+z=10$. Normal kedua bidang adalah $\mathbf{n}=(2,0,1)$. Maka jarak antara kedua bidang adalah

$$j(X,B)=\frac{|2(1)+0(-2)+1(1)-10|}{\sqrt{2^2+0^2+1^2}}=\frac{7}{\sqrt{5}}$$

CONTOH Tentukan sudut antara diagonal segiempat dengan titik-titik sudut $A(1,0), B(0,3), C(3,4)$, dan $D(4,1)$. Misalkan $\mathbf{u}=\overrightarrow{AC}=C-A=(2,1)$ dan $\mathbf{v}=\overrightarrow{BD}=D-B=(4,-2)$. Maka

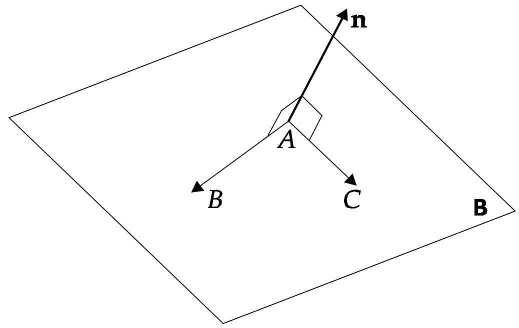
$$\cos\theta=\frac{\mathbf{u}\cdot\mathbf{v}}{\|\mathbf{u}\|\,\|\mathbf{v}\|}=\frac{4\times 2+1\times(-2)}{\sqrt{2^2+1^2}\sqrt{4^2+(-2)^2}}=\frac{3}{5}$$

Jadi,

$$\theta=\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)=0.927295\text{ rad}\approx 53.13^\circ$$

Hasil Kali Silang

Bila garis ditentukan oleh dua titik yang dilaluinya, maka bidang ditentukan oleh tiga titik tak segaris yang dilaluinya. Misalkan A, B, dan C tak segaris berada pada sebuah bidang P. Untuk menentukan persamaan bidang (3), kita memerlukan **vektor normal n**.



Karena vektor $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{AC}$ berada pada bidang, maka tentunya $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{AC}$ tegak lurus terhadap $\mathbf{n}$. Jadi, kita perlu menentukan sebuah vektor $\mathbf{n}$ yang tegak lurus terhadap dua vektor $\overrightarrow{AB}$ dan $\overrightarrow{AC}$, yaitu

$$\begin{cases} \mathbf{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0 \\ \mathbf{n}\cdot\overrightarrow{AC}=0 \end{cases} \tag{5}$$

Ini adalah satu contoh munculnya masalah menentukan vektor yang tegak lurus terhadap dua vektor yang diketahui.

Maka masalahnya secara umum dapat diformulasikan sebagai berikut. Misalkan $\mathbf{a}=a_1\mathbf{i}+a_2\mathbf{j}+a_3\mathbf{k}$ dan $\mathbf{b}=b_1\mathbf{i}+b_2\mathbf{j}+b_3\mathbf{k}$ dua vektor tak nol yang **tidak sejajar**. Tentukan vektor $\mathbf{x}=x_1\mathbf{i}+x_2\mathbf{j}+x_3\mathbf{k}$ sehingga

$$\mathbf{x}\cdot\mathbf{a}=0 \text{ dan } \mathbf{x}\cdot\mathbf{b}=0. \tag{6}$$

Dengan demikian kita perlu menyelesaikan sistem persamaan (6), yang secara eksplisi adalah sistem persamaan linear

$$\begin{aligned} \mathbf{x}\cdot\mathbf{a} &= a_1x_1+a_2x_2+a_3x_3=0 \\ \mathbf{x}\cdot\mathbf{b} &= b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3=0 \end{aligned}$$

Tulis ulang sebagai

$$\begin{aligned} a_1x_1+a_2x_2 &= -a_3x_3 \\ b_1x_1+b_2x_2 &= -b_3x_3 \end{aligned}$$

Karena $\mathbf{a}$ dan $\mathbf{b}$ tidak sejajar, artinya $\mathbf{a}$ bukan kelipatan dari $\mathbf{b}$, maka dapat diasumsikan bahwa $\frac{a_1}{b_1}\neq\frac{a_2}{b_2}$. Jadi, $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$. Misalkan $p=-a_3x_3$ dan $q=-b_3x_3$. Maka sistem persamaan linear

$$\begin{aligned} a_1x_1+a_2x_2 &= p \\ b_1x_1+b_2x_2 &= q \end{aligned}$$

mempunyai penyelesaian

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{pb_2-qa_2}{a_1b_2-a_2b_1} = \frac{(-a_3b_2+a_2b_3)\,x_3}{a_1b_2-a_2b_1} \\ x_2 &= \frac{qa_1-pb_1}{a_1b_2-a_2b_1} = \frac{(-a_1b_3+a_3b_1)\,x_3}{a_1b_2-a_2b_1} \end{aligned}$$

Artinya, solusi adalah

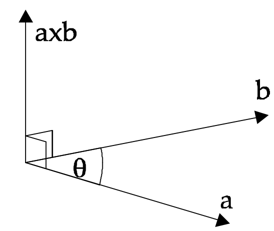
$$\mathbf{x}=\left(\frac{(a_2b_3-a_3b_2)\,x_3}{a_1b_2-a_2b_1},\frac{(a_3b_1-b_3a_1)\,x_3}{a_1b_2-a_2b_1},x_3\right)=x_3\left(\frac{a_2b_3-a_3b_2}{a_1b_2-a_2b_1},\frac{a_3b_1-b_3a_1}{a_1b_2-a_2b_1},1\right) \tag{7}$$

untuk tiap $x_3 \in \mathbb{R}$. Jika kita pilih $x_3 = a_1 b_2 - a_2 b_1$, diperoleh sebuah solusi istimewa yaitu

$$\mathbf{x} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)$$

Solusi ini disebut hasil kali silang dari **a** dan **b**,

$$\boxed{\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (a_2 b_3 - a_3 b_2, a_3 b_1 - a_1 b_3, a_1 b_2 - a_2 b_1)}$$



Berdasarkan (7), setiap vektor yang tegak lurus **a** dan **b** adalah kelipatan dari $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$,

$$\text{jika } \mathbf{x} \cdot \mathbf{a} = 0 \text{ dan } \mathbf{x} \cdot \mathbf{b} = 0, \text{ maka } \mathbf{x} = \lambda (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \text{ untuk suatu konstanta } \lambda.$$

Notasi lain

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = \left(\det \begin{bmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{bmatrix}, -\det \begin{bmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{bmatrix}, \det \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{bmatrix} \right)$$

Sifat-sifat Hasil Kali Silang

Theorem 5 *Untuk tiap vektor* $\mathbf{a}, \mathbf{b},$ *dan* $\mathbf{c}$ *di* $\mathbb{R}^3$, *dan* k *konstanta,*

1. $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -(\mathbf{b} \times \mathbf{a})$
2. $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$
3. $k(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = (k\mathbf{a}) \times \mathbf{b} = \mathbf{a} \times (k\mathbf{b})$
4. $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = \mathbf{b} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = 0$
5. $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c}$
6. $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\, \mathbf{b} - (\mathbf{a} \times \mathbf{b})\, \mathbf{c}$

Theorem 6 (Persamaan Lagrange) *Untuk tiap vektor* $\mathbf{a}, \mathbf{b},$ *dan* $\mathbf{c}$ *di* $\mathbb{R}^3$,

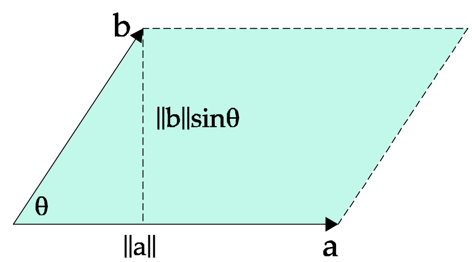
$$\|\mathbf{a}\|^2 \|\mathbf{b}\|^2 = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 + \|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\|^2$$

Hasil Kali Silang, Luas dan Volume

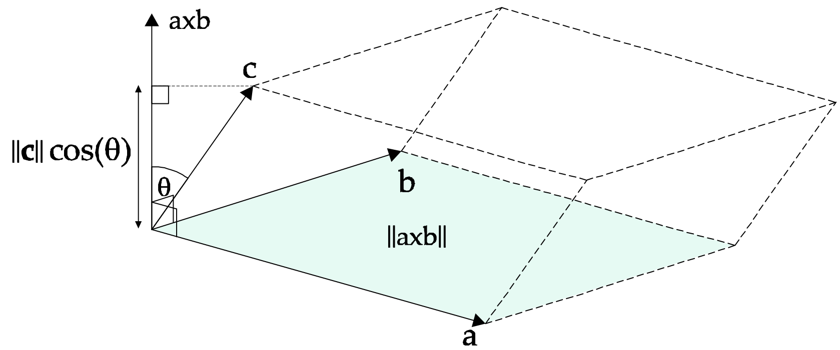
Persamaan Lagrange dan fakta bahwa $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \cos\theta$ memberikan bahwa

$$\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\| = \|\mathbf{a}\| \|\mathbf{b}\| \sin\theta$$

Jadi, $\|\mathbf{a} \times \mathbf{b}\|$ adalah luas jajar genjang yang dibangun oleh vektor **a** dan **b**.



Gunakan hasil di atas untuk memperlihatkan bahwa $\|(\mathbf{a}\times\mathbf{b})\cdot\mathbf{c}\|$ adalah volume paralelpipedium yang dibangun oleh vektor $\mathbf{a},\mathbf{b}$, dan $\mathbf{c}$.



CONTOH Diberikan tiga titik $A(-2,2,0)$, $B(0,1,-1)$, dan $C(-1,2,-2)$.

1. Tentukan persamaan bidang yang melalui ketiga titik
2. Tentukan luas $\triangle ABC$

Misalkan $\mathbf{a}=\overrightarrow{CA}=A-C=(-1,0,2)$ dan $\mathbf{b}=\overrightarrow{CB}=B-C=(1,-1,1)$. Maka normal bidang ABC adalah $\mathbf{n}=\mathbf{a}\times\mathbf{b}=(-1,0,2)\times(1,-1,1)=(2,3,1)$. Maka persamaan bidang tersebut adalah

$$\begin{aligned}2(x-(-1))+3(y-2)+(z-(-2))&=0\\ 2x+2+3y-6+z+2&=0 \text{ atau}\\ 2x+3y+z&=2\end{aligned}$$

Sedangkan luas $\triangle ABC$ adalah setengah dari luas jajar genjang yang dibangun oleh $\mathbf{a}=\overrightarrow{CA}$ dan $\mathbf{b}=\overrightarrow{CB}$, yaitu

$$\text{luas }\triangle ABC=\frac{1}{2}(\|\mathbf{a}\times\mathbf{b}\|)=\frac{1}{2}(2,3,1)=\frac{\sqrt{2^2+3^2+1^2}}{2}=\frac{\sqrt{14}}{2}$$

CONTOH Tentukan persamaan bidang melalui titik $(3,-1,2)$, dan tegak lurus terhadap dua bidang: $2x-y+2z=1$ dan $-x+3y+z=-7$. Misalkan $\mathbf{n}_1=(2,-1,2)$ dan $\mathbf{n}_2=(-1,3,1)$ adalah vektor normal kedua bidang yang diketahui. Misalkan vektor normal bidang yang akan ditentukan adalah $\mathbf{n}$. Karena tegak lurus pada kedua bidang, maka

$$\mathbf{n}\cdot\mathbf{n}_1=0 \text{ dan } \mathbf{n}\cdot\mathbf{n}_2=0.$$

Maka boleh dipilih

$$\mathbf{n}=\mathbf{n}_1\times\mathbf{n}_2=(2,-1,2)\times(-1,3,1)=(-7,-4,5).$$

Maka persamaan bidang yang dimaksud adalah

$$\begin{aligned}-7(x-3)-4(y-(-1))+5(z-2)&=0 \text{ atau}\\ -7x+21-4y-4+5z-10&=0 \text{ atau}\\ -7x-4y+5z&=-7\end{aligned}$$

CONTOH Tentukan irisan bidang $P_1: x-2y+z=3$ dan $P_2: x+4y-2z=0$. Tentukan dulu salah satu titik pada irisan P_1 dan P_2. Misalkan titik tersebut adalah $A(a,b,c)$. Karena $A\in P_1\cap P_2$, maka

$$\begin{aligned}a-2b+c&=3\\ a+4b-2c&=0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a-2b&=3-c\\ a+4b&=2c\end{aligned}$$

Maka

$$a = \frac{4(3-c) - (-2)(2c)}{4(1) - 1(-2)} = 2 \text{ dan } b = \frac{2c - (3-c)}{4(1) - 1(-2)} = \frac{3c-3}{6}$$

Untuk $c = 1$, diperoleh $b = 0$. Maka $A = (2, 0, 1)$. Misalkan $L = P_1 \cap P_2$. Untuk tiap $X \in L$, $\overrightarrow{AX}$ adalah vektor yang tegak lurus pada $\mathbf{n}_1 = (1, -2, 1)$ dan $\mathbf{n}_2 = (1, 4, -2)$. Jadi

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AX} &= t(\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2) = t((1, -2, 1) \times (1, 4, -2)) = t(0, 3, 6) \\ X - A &= t(0, 3, 6) \end{aligned}$$

atau

$$X(t) = A + t(0, 3, 6) = (2, 0, 1) + t(0, 3, 6).$$